

6 Kansrekening

Voorkennis Combinatoriek

Bladzijde 52

- 1 a aantal = $5^3 = 125$
 b aantal = $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$
 c aantal = $5^2 + 5^3 + 5^4 = 775$
 d aantal = $5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 = 85$

- 2 a aantal = $\binom{7}{2} = 21$
 b aantal = $5^7 = 78125$
 c 6 6 6 6 6 5
 aantal = $\binom{7}{1} = 7$
 d 6 6 6 6 6 4 $\binom{7}{6} = 7$ keer
 6 6 6 6 5 5 $\binom{7}{5} = 21$ keer

$$\text{aantal} = 7 + 21 = 28$$

- e 7 ogen 1 1 1 1 1 1 1 1 keer
 8 ogen 1 1 1 1 1 2 $\binom{7}{6} = 7$ keer
 9 ogen 1 1 1 1 1 3 $\binom{7}{6} = 7$ keer
 1 1 1 1 2 2 $\binom{7}{5} = 21$ keer

$$\text{aantal} = 1 + 7 + 7 + 21 = 36$$

- 3 a Zie het rooster.
 aantal = 10
 b Zie het rooster.
 aantal = 6
 c Zie het rooster.
 aantal = 14
 d Zie het rooster.
 aantal = 18

6	c	d		d		d	
			a	a	a	a	b
5	d	c		d		d	
				a	a	b	a
4	c	d		d			d
					b	a	a
3	d	c		c	d		
				b			a
2	c	d	c	c	d		d
			b				
1	d	c		c	d	c	c
		b					
	1	2	3	4	5	6	

6.1 Kansen

Bladzijde 53

- 1 10 ogen: 6 4, 5 5, 4 6
 11 ogen: 5 6, 6 5
 12 ogen: 6 6

Met twee dobbelstenen minstens 10 ogen gooien kan dus op 6 manieren.

8 ogen: 6 2, 5 3, 4 4, 3 5, 2 6

Voor het gooien van 8 ogen zijn er 5 manieren.

De kans op minstens 10 ogen gooien is dus groter.

Bladzijde 54

- 2 a** De sectoren van de schijf zijn niet even groot, dus de kansen ook niet.
b De sector van 3 is een zesde deel van de hele schijf.

$$P(\text{pijl wijst 3 aan}) = \frac{1}{6}$$

Bladzijde 55**3 a**

6		e		e	x	xe
5	e		e		e	x
4		e		e		e
3	e		e		e	
2		e		e		e
1	e		e		e	
	1	2	3	4	5	6

rood
groen

x som meer dan 10
e som is even

$$P(\text{som is meer dan 10}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\text{b } P(\text{som is even}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

c

6	x	x	x	x	x	g
5	x	x	x	x	g	
4	x	x	x	g		
3	x	x	g			
2	x	g				
1	g					
	1	2	3	4	5	6

rood
groen

g gelijk aantal ogen
x rood hoger dan groen

$$P(\text{gelijk aantal ogen}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\text{d } P(\text{rood hoger dan groen}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

e

VERSCHIL

6				2		
5			2			
4		2				2
3	2				2	
2				2		
1			2			
	1	2	3	4	5	6

rood
groen

$$P(\text{verschil is 2}) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

4 a

VERSCHIL

6					1	0
5				1	0	1
4			1	0	1	
3		1	0	1		
2	1	0	1			
1	0	1				
	1	2	3	4	5	6

$$P(\text{verschil is minder dan 2}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

b

PRODUCT

6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	4	8	12	16	20	24
3	3	6	9	12	15	18
2	2	4	6	8	10	12
1	1	2	3	4	5	6
	1	2	3	4	5	6

$$P(\text{product is } 12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\text{c } P(\text{product is minder dan } 30) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

$$5 \text{ a } P(\text{aantallen gelijk}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\text{b } P(\text{som is } 8) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\text{c } P(\text{product is minstens } 16) = \frac{9}{32}$$

$$\text{d } P(\text{verschil is } 1) = \frac{7}{32}$$

4			1	g	8	1	24	28	32
3		1	g	1	8		18	21	24
2	1	g	1				8		16
1	g	1					8		
	1	2	3	4	5	6	7	8	

g gelijk
 8 som = 8
 16, 18, ... zijn producten
 1 verschil = 1

$$6 \text{ Ze schaatsen elk } \frac{10000}{400} = 25 \text{ rondjes. De training duurt } 25 + 3 + 1 = 29 \text{ rondjes.}$$

Daarvan zijn ze $25 - 3 - 1 = 21$ alle drie aan het schaatsen.

$$\text{Dus } P(\text{alle drie aan het schaatsen}) = \frac{21}{29}.$$

Bladzijde 56

- 7 a Er zijn 6 mogelijkheden om met de drie dobbelstenen hetzelfde aantal ogen te gooien, namelijk 111, 222, 333, 444, 555 en 666.
 b In totaal zijn er $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ verschillende uitkomsten mogelijk.
 c Dus $P(\text{hetzelfde aantal ogen}) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}.$

Bladzijde 57

- 8 Nee, als de drie dobbelstenen dezelfde kleur hadden gehad, zou de uitkomst van 7c hetzelfde zijn geweest.
 Zowel het aantal mogelijke uitkomsten als het aantal gunstige uitkomsten blijft hetzelfde.

- 9 a Het aantal mogelijke uitkomsten is $2^4 = 16$.
 Gunstige uitkomsten zijn kkkk en mmmm.
 $P(\text{vier keer hetzelfde}) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$
 b Gunstige uitkomsten zijn kmmm, mkmm, mmkm en mmmk.
 $P(\text{één keer kop}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
 c Er zijn $\binom{4}{2} = 6$ uitkomsten met twee keer munt, $\binom{4}{3} = 4$ uitkomsten met drie keer munt en er is $\binom{4}{4} = 1$ uitkomst met vier keer munt.
 $P(\text{meer dan één keer munt}) = \frac{11}{16}$

- 10 a** Het aantal mogelijke uitkomsten is $6^3 = 216$.
Gunstige uitkomsten zijn 113, 131, 311, 122, 212 en 221.

$$P(\text{som is 5}) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

- b** Som is 3: uitkomst 111
Som is 4: uitkomsten 112, 121 en 211
Som is 5: 6 uitkomsten, zie vraag a
Som is 6: 114 3 keer

$$123 \quad 3! = 6 \text{ keer}$$

$$222 \quad 1 \text{ keer}$$

Er zijn $1 + 3 + 6 + 10 = 20$ gunstige uitkomsten.

$$P(\text{som is minder dan 7}) = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

- c** Gunstige uitkomsten zijn 333, 324 (6 keer) en 315 (6 keer).
Er zijn $1 + 6 + 6 = 13$ gunstige uitkomsten.

$$P(\text{met minstens één dobbelsteen 3 en som is 9}) = \frac{13}{216}$$

- 11 a** Het aantal mogelijke uitkomsten is $2^6 = 64$.
Gunstige uitkomsten zijn kkkkkk 6 keer

$$P(\text{vijf keer kop}) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

- b** Gunstige uitkomsten zijn mmmkkk $\binom{6}{3} = 20$ keer

$$P(\text{drie keer munt}) = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$$

- c** Gunstige uitkomsten zijn mmmmmm
kmmmmm 6 keer

$$kkmmmm \quad \binom{6}{2} = 15 \text{ keer}$$

Er zijn $1 + 6 + 15 = 22$ gunstige uitkomsten.

$$P(\text{minder dan drie keer kop}) = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

- 12** Het aantal mogelijke combinaties is $\binom{15}{3} = 455$.

Gunstige combinaties zijn:

1 2 12	2 3 10	3 4 8	4 5 6
1 3 11	2 4 9	3 5 7	
1 4 10	2 5 8		
1 5 9	2 6 7		
1 6 8			

Er zijn 12 gunstige combinaties.

$$P(\text{som is 15}) = \frac{12}{455}$$

6.2 Empirische kansen

Bladzijde 59

- 13 a** $P(6 \text{ ogen gooien}) = \frac{30}{300} = \frac{1}{10} = 0,1$

- b** Nee, waarschijnlijk is deze dobbelsteen niet eerlijk.

Bij een eerlijke dobbelsteen geldt $P(6 \text{ ogen gooien}) = \frac{1}{6} \approx 0,167$ en die kans is veel groter dan 0,1.

14 a	N	50	100	150	200	250	300	500	1000
	f	31	61	89	114	141	174	282	579
	$\frac{f}{N}$	0,62	0,61	0,59	0,57	0,56	0,58	0,56	0,58

- b De beste schatting krijg je door alle worpen te nemen.

$$P(\text{punt omhoog}) = \frac{31 + 61 + 89 + 114 + 141 + 174 + 282 + 579}{50 + 100 + 150 + 200 + 250 + 300 + 500 + 1000} = \frac{1471}{2550} \approx 0,58$$

- c De twee mogelijkheden bij een worp met een punaise zijn niet even waarschijnlijk, net zomin als de twee mogelijkheden bij de eerstvolgende gymnastiekles: wel een been breken of niet een been breken.

Je kunt dus niet zeggen dat $P(\text{punt omhoog}) = \frac{1}{2}$.

Bladzijde 61

- 15 a empirische kans
b theoretische kans
c empirische kans
d theoretische kans
e empirische kans

- 16 a $P(\text{max. temperatuur minstens } 15^\circ\text{C}) = \frac{43 + 32}{109} \approx 0,69$
b $P(\text{minder dan } 5,0 \text{ mm regen}) = \frac{50 + 16 + 25}{109} \approx 0,83$
c $P(\text{minstens } 1 \text{ uur zon}) = \frac{30 + 36 + 25}{109} \approx 0,83$

Bladzijde 62

- 17 a $P(\text{georganiseerde reis ging naar België}) = \frac{699}{2633} \approx 0,265$
b $P(\text{niet-georganiseerde reis ging naar België}) = \frac{411}{1067} \approx 0,385$
c $0,385 > 0,265$ en dus gingen er verhoudingsgewijs meer mensen naar België die een niet-georganiseerde reis deden dan die een georganiseerde reis deden.

Bladzijde 64

- 18 Bereken de kans dat een willekeurig gekozen ondervraagde die veertigplusser is, voor verlaten is.

- 19 a $P(\text{jongere}) = \frac{24}{96} = 0,25$
b $P(\text{jongere heeft geen mening}) = \frac{3}{24} = 0,125$
c $P(\text{jongere en geen mening}) = \frac{3}{96} \approx 0,031$
d $P(\text{ondervraagde die geen mening heeft, is jongere}) = \frac{3}{16} \approx 0,188$

- 20 a $P(\text{dertigjarige wordt } 60) = \frac{845\,134}{983\,378} \approx 0,859$
b $P(\text{dertigjarige sterft voor zijn } 40^\circ) = \frac{983\,378 - 967\,252}{983\,378} \approx 0,016$
c $P(\text{tachtigjarige wordt minstens } 95) = \frac{11\,472}{344\,752} \approx 0,033$
d $P(\text{pasgeboren baby sterft voor zijn } 30^\circ) = \frac{1\,000\,000 - 983\,378}{1\,000\,000} \approx 0,017$
e $P(\text{zestigjarige haalt wel zijn } 70^\circ, \text{ maar niet zijn } 80^\circ) = \frac{659\,273 - 344\,752}{845\,134} \approx 0,372$

- 21 a** $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527} \approx 0,303$
- b** $P(\text{naar oost}) = \frac{2970}{8527} \approx 0,348$
- c** $P(\text{uit noord naar west}) = \frac{982}{2088} \approx 0,470$
- d** $P(\text{recht door}) = P(N \rightarrow Z \text{ of } O \rightarrow W \text{ of } Z \rightarrow N \text{ of } W \rightarrow O)$

$$= \frac{53 + 1711 + 51 + 1682}{8527} = \frac{3497}{8527} \approx 0,410$$
- e** $P(\text{linksaf}) = P(N \rightarrow O \text{ of } O \rightarrow Z \text{ of } Z \rightarrow W \text{ of } W \rightarrow N)$

$$= \frac{1053 + 154 + 830 + 408}{8527} = \frac{2445}{8527} \approx 0,287$$
- f** $P(\text{uit west naar noord}) = \frac{408}{2581} \approx 0,158$
- g** $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527}$, dus verwachte aantal is $\frac{2581}{8527} \cdot 7520 \approx 2276$.

Bladzijde 65

- 22 a** $P(\text{passagier heeft minder dan 20 km afgelegd})$
- b** $P(\text{passagier die tussen de 20 en 40 km heeft afgelegd, heeft een abonnement})$
- c** $P(\text{passagier die geen abonnement heeft, heeft tussen de 20 en 40 km afgelegd})$
- 23** 3,5% van 800 is 28
 8,5% van 400 is 34

	gerechtigd ruimte te betreden		
	ja	nee	
toegelaten	772	34	806
geweigerd	28	366	394
	800	400	1200

$$P(\text{niet toegelaten persoon is ten onrechte geweigerd}) = \frac{28}{394} \approx 0,071$$

- 24 a** Het gedeelte jongens op de hele school is $\frac{504}{1120} = 0,45$.
 Op het vwo mag je daarom $0,45 \cdot 520 = 234$ jongens verwachten.
 Op de havo zijn dat er $0,45 \cdot 600 = 270$.
- b** $P(\text{vwo voor jongen}) = \frac{210}{504} \approx 0,417$
- $P(\text{vwo voor willekeurige leerling}) = \frac{520}{1120} \approx 0,464$
- Deze kansen zijn niet hetzelfde.

Bladzijde 67

- 25** $P(\text{leerling is jongen onder voorwaarde leerling heeft blauwe ogen}) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$ } kansen zijn hetzelfde
 $P(\text{leerling is jongen}) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
- 26** $P(\text{bloedgroep 0 onder voorwaarde Rh-}) = \frac{25}{30} \approx 0,833$ } $\frac{25}{30} \neq 0,9$
 $P(\text{bloedgroep 0}) = \frac{180}{200} = 0,9$
- De gebeurtenissen 'bloedgroep 0' en 'Rh-' zijn dus afhankelijk.

$$27 \quad \left. \begin{aligned} P(\text{bijbaan onder voorwaarde uitwonend}) &= \frac{480}{650} \approx 0,738 \\ P(\text{bijbaan}) &= \frac{1600}{2000} = 0,8 \end{aligned} \right\} \frac{480}{650} \neq 0,8$$

Het hebben van een bijbaan en uitwonend zijn, zijn dus afhankelijke gebeurtenissen.

28 Stel x het aantal elektrische fietsen van abonneenthouders.

	elektrisch	niet elektrisch	
abbonement	x	$120 - x$	120
geen abbonement	$160 - x$	$20 + x$	180
	160	140	300

$$P(\text{elektrisch onder voorwaarde abbonement}) = P(\text{elektrisch})$$

$$\frac{x}{120} = \frac{160}{300}$$

$$x = 64$$

$$P(\text{niet elektrisch en geen abbonement}) = \frac{20 + x}{300} = \frac{20 + 64}{300} = 0,28$$

6.3 Het vaasmodel en de productregel

Bladzijde 69

- 29 a Elke leerling kan maar één keer gekozen worden, dus herhaling is niet toegestaan.
 b Het maakt niet uit in welke volgorde de leerlingen gekozen worden.
 c Er zijn $\binom{15}{3} = 455$ drietallen mogelijk.

Bladzijde 71

$$30 \quad P(\text{geen rode knikkers}) = \frac{\binom{8}{0} \cdot \binom{7}{5}}{\binom{15}{5}}$$

$$31 \quad \text{a} \quad P(3 \text{ rode, 2 witte en 2 groene}) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{21}{7}} \approx 0,126$$

$$\text{b} \quad P(\text{geen groene}) = \frac{\binom{15}{7}}{\binom{21}{7}} \approx 0,055$$

$$\text{c} \quad P(2 \text{ rode en 5 witte}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{8}{5}}{\binom{21}{7}} \approx 0,010$$

$$\text{d} \quad P(2 \text{ witte}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{13}{5}}{\binom{21}{7}} \approx 0,310$$

$$32 \quad \text{a} \quad P(3 \text{ witte en 3 blauwe}) = \frac{\binom{32}{3} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{62}{6}} \approx 0,018$$

$$\text{b} \quad P(\text{geen witte}) = \frac{\binom{30}{6}}{\binom{62}{6}} \approx 0,010$$

$$\text{c } P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{32}{4} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{62}{6}} \approx 0,254$$

$$\text{d } P(1 \text{ rode}) = \frac{\binom{18}{1} \cdot \binom{44}{5}}{\binom{62}{6}} \approx 0,318$$

$$\text{33 } P(1 \text{ appel, 1 peer en 1 sinaasappel}) = \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{15}{3}} \approx 0,264$$

Bladzijde 72

34 80 knikkers waarvan één rood (de fiets), vijf wit (de boekenbonnen) en 74 zwart (de niet-prijzen).

$$\text{35 a } P(\text{Monique 1 prijs}) = \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{40}{3}} \approx 0,440$$

$$\text{b } P(\text{Barbara 2 tweede prijzen}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0,100$$

$$\text{c } P(\text{geen van beiden een prijs}) = \frac{\binom{30}{7}}{\binom{40}{7}} \approx 0,109$$

$$\text{d } P(\text{Barbara 4 prijzen}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{40}{4}} \approx 0,002$$

$$\text{36 a } P(\text{Jimmy 2 azen}) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}} \approx 0,005$$

$$\text{b } P(\text{alle azen uitgedeeld}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{48}{10}}{\binom{52}{14}} \approx 0,004$$

$$\text{37 a } P(\text{geen andere spelers azen}) = \frac{\binom{48}{12}}{\binom{50}{12}} \approx 0,574$$

$$\text{b } P(\text{ook Anne 2 azen}) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{50}{2}} \approx 0,001$$

$$\text{38 } P(\text{drie in de rij bij balie 2}) = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{25}{2}}{\binom{30}{5}} \approx 0,021$$

$$39 \quad P(\text{alle appels gaaf}) = P(\text{geen rode}) = \frac{\binom{490}{25}}{\binom{500}{25}} \approx 0,596$$

Bladzijde 73

- 40 a Vaas I bevat 4 knikkers, daarvan zijn er 3 rood.
 b $P(\text{rode uit II}) = \frac{2}{3}$
 c Er zijn 12 mogelijkheden.
 De uitkomst rr komt 6 keer voor.
 $P(2 \text{ rode}) = \frac{6}{12} = 0,5$
 d $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = 0,5$ en dat klopt.

Bladzijde 75

- 41 a Afhankelijk, want de kinderen komen uit hetzelfde gezin en bijvoorbeeld in Noord-Europa is de kans op blauwe ogen veel groter dan in Azië.
 b Onafhankelijk, de plaatsen liggen heel erg ver van elkaar af.
 $P(\text{regen in Breda en Sydney}) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$
 c Afhankelijk, de plaatsen liggen vrij dicht bij elkaar.
- 42 a $P(2 \text{ witte}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$
 b $P(1 \text{ blauwe en } 1 \text{ rode}) = P(r b) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$
 c $P(\text{geen blauwe}) = P(b b) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{50}$
 d $P(\text{geen rode}) = P(r r) = \frac{8}{10} \cdot 1 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$
- 43 a $P(3 \text{ bananen}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
 b $P(\text{geen kersen}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
 c $P(2 \text{ citroenen en } 1 \text{ banaan}) = P(c c b) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$
 d $P(3 \text{ citroenen}) = 0$

Bladzijde 76

- 44 a $P(18 \text{ ogen}) = P(4 6 8) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} \approx 0,005$
 b $P(\text{geen enkele } 3) = P(3 3 3) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \approx 0,547$
 c $P(\text{elke steen hoogstens } 4) = 1 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \approx 0,333$
 d $P(\text{elke steen drievoud}) = P(3 3 \text{ of } 6 3 \text{ of } 6) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{8} \approx 0,021$
- 45 a $P(\text{Jeanine wint } 3 \text{ keer}) = 0,65 \cdot 0,45 \cdot 0,5 \approx 0,146$
 b $P(\text{Jeanine wint alleen schaken}) = 0,65 \cdot 0,55 \cdot 0,5 \approx 0,179$
- 46 a $P(\text{Onno wint } 5000 \text{ euro}) = \frac{4}{100} \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \approx 0,008$
 b $P(2 \text{ mannen en } 2 \text{ vrouwen lopen prijs mis bij laatste opdracht}) = \frac{\binom{40}{2} \cdot \binom{60}{2}}{\binom{100}{4}} \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \approx 0,101$

6.4 De somregel

Bladzijde 78

- 47 a Maak een rooster zoals in figuur 6.9.

$$P(\text{som is } 3) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(\text{som is } 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ en } P(\text{som is } 3 \text{ of som is } 4) = \frac{5}{36}$$

- b ja

c $P(\text{product is } 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$$P(\text{som is } 4 \text{ of product is } 4) = P(13 \text{ of } 22 \text{ of } 31 \text{ of } 14 \text{ of } 41) = \frac{5}{36}$$

$$P(\text{som is } 4) + P(\text{product is } 4) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Dus $P(\text{som is } 4 \text{ of product is } 4) \neq P(\text{som is } 4) + P(\text{product is } 4)$.

Bladzijde 79

48 a $P(\text{één } 3) = P(3 \text{ } \cancel{3} \text{ } \cancel{3}) + P(\cancel{3} \text{ } 3 \text{ } \cancel{3}) + P(\cancel{3} \text{ } \cancel{3} \text{ } 3)$
 $= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = 0,45$

b $P(\cancel{3} \text{ } \cancel{3} \text{ } \cancel{3}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \approx 0,267$

- c De twee breuken die worden opgeteld hebben dezelfde noemer, dus mag je de tellers optellen. Het voordeel hiervan is dat je minder in je GR hoeft in te toetsen.

- d E-4 betekent $\cdot 10^{-4}$, dus de komma moet vier plaatsen naar links worden verplaatst. Dus $9,452572744\text{E-}4 = 9,452572744 \cdot 10^{-4} = 0,0009452572744 \approx 0,001$.
 Afgerond op vier decimalen geldt dat $0,0009452572744 \approx 0,0009$.

Bladzijde 80

49 a $P(\text{één } 5) = P(5 \text{ } \cancel{5} \text{ } \cancel{5}) + P(\cancel{5} \text{ } 5 \text{ } \cancel{5}) + P(\cancel{5} \text{ } \cancel{5} \text{ } 5)$
 $= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{75}{216} \approx 0,347$

b $P(\text{twee keer } 6 \text{ en een } 3) = P(6 \text{ } 6 \text{ } 3) + P(6 \text{ } 3 \text{ } 6) + P(3 \text{ } 6 \text{ } 6)$
 $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{216} \approx 0,014$

c $P(\text{steeds minstens } 3) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{64}{216} \approx 0,296$

50 a $P(\text{minder dan 2 prijzen}) = P(0 \text{ prijzen}) + P(1 \text{ prijs}) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{76}{5}}{\binom{80}{5}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{76}{4}}{\binom{80}{5}} \approx 0,982$

b $P(50 \text{ euro}) = P(\text{hoofdprijs en verder niets}) + P(2 \text{ keer } 25 \text{ euro en verder niets})$
 $= \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{76}{4}}{\binom{80}{5}} + \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{76}{3}}{\binom{80}{5}} \approx 0,062$

51 a $P(3 \text{ keer doorlopen}) = P(r \text{ } r \text{ } r) = 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,144$

b $P(1 \text{ keer wachten, niet voor het derde}) = P(r \text{ } r \text{ } r) + P(r \text{ } r \text{ } r) = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,432$

52 a $P(\text{één } 2) = P(2 \text{ } \cancel{2} \text{ } \cancel{2}) + P(\cancel{2} \text{ } 2 \text{ } \cancel{2}) + P(\cancel{2} \text{ } \cancel{2} \text{ } 2)$
 $= \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} \approx 0,370$

b $P(\text{twee keer } 4) = P(4 \text{ } 4 \text{ } \cancel{4}) + P(4 \text{ } \cancel{4} \text{ } 4) + P(\cancel{4} \text{ } 4 \text{ } 4)$
 $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} \approx 0,078$

- c Gunstige uitkomsten zijn 4 6 6 4 5 7 4 4 8 3 6 7 3 5 8 2 6 8
 De kans op elk van deze uitkomsten is gelijk, namelijk $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$.
 $P(16 \text{ ogen}) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} \approx 0,031$

- 53 a** $P(\text{meer dan 8 ondervraagden wonen dichtbij})$

$$= P(9 \text{ wonen dichtbij}) + P(10 \text{ wonen dichtbij}) = \frac{\binom{29}{9} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{29}{10} \cdot \binom{24}{0}}{\binom{53}{10}} \approx 0,013$$

- b** $P(\text{minder dan 3 vrouwen}) = P(0 \text{ vrouwen}) + P(1 \text{ vrouw}) + P(2 \text{ vrouwen})$

$$= \frac{\binom{16}{0} \cdot \binom{37}{10}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{1} \cdot \binom{37}{9}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{37}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,358$$

- c** $P(2 \text{ vrouwen die 5 km of meer van het werk af wonen}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{48}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,194$

Punten-totaal	Score in fase					Kans op deze situatie
	I	II	III	IV	V	
15	1	2	3	4	5	$0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,0192$
14	0	2	3	4	5	$0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,0048$
13	1	0	3	4	5	$0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,0128$
12	0	0	3	4	5	$0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,0032$
12	1	2	0	4	5	$0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,0192$

$$P(\text{minstens 12 punten}) = 0,0192 + 0,0048 + 0,0128 + 0,0032 + 0,0192 \approx 0,059$$

Bladzijde 81

- 55 a** $P(\text{geen enkele keer 6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \approx 0,482$
b $P(\text{geen enkele 6}) = P(\text{geen enkele keer 6}) \approx 0,482$

Bladzijde 82

- 56** $P(\text{alleen eerste en laatste keer 2}) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,009$

Bij het berekenen van deze kans gebruik je geen combinaties, omdat de posities van de tweeën (eerste en laatste) al vastliggen en er niets meer te kiezen valt.

- 57 a** $P(3 \text{ keer appel en 3 keer peer}) = \binom{6}{3} \cdot P(a a a p p p) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,082$
b $P(\text{minstens 5 keer appel}) = P(5 \text{ keer appel}) + P(6 \text{ keer appel}) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \frac{3}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^6 \approx 0,041$
c $P(3 \text{ keer banaan}) = \binom{6}{3} \cdot P(b b b \emptyset \emptyset \emptyset) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \approx 0,082$
d $P(\text{geen enkele keer banaan}) = P(\emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset) = \left(\frac{4}{5}\right)^6 \approx 0,262$

- 58 a** $P(\text{geen enkele goed}) = P(\emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset) = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \approx 0,178$
b $P(2 \text{ keer goed}) = \binom{6}{2} \cdot P(G G \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,297$
c $P(\text{minder dan 3 keer goed}) = P(0 \text{ keer goed}) + P(1 \text{ keer goed}) + P(2 \text{ keer goed})$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^6 + \binom{6}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 + \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,831$$

Bladzijde 83

59 a $P(3 \text{ juist}) = \binom{10}{3} \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^7 \approx 0,215$

b $P(\text{minder dan 3 juist}) = P(0 \text{ juist}) + P(1 \text{ juist}) + P(2 \text{ juist})$
 $= 0,6^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^8 \approx 0,167$

60 a $P(\text{som is minder dan 5}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(\text{drie keer minder dan 5}) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,104$

b $P(\text{som is meer dan 7}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

$P(\text{meer dan 5 keer meer dan 7}) = P(6 \text{ keer meer dan 7}) + P(7 \text{ keer meer dan 7}) + P(8 \text{ keer meer dan 7})$
 $= \binom{8}{6} \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2 + \binom{8}{7} \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^7 \cdot \frac{7}{12} + \left(\frac{5}{12}\right)^8 \approx 0,061$

6.5 De complementregel**Bladzijde 85**

61 a $P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,029$

b $P(\text{minder dan 4 witte}) = P(0 \text{ witte}) + P(1 \text{ witte}) + P(2 \text{ witte}) + P(3 \text{ witte})$
 $= \frac{\binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{22}{4}} \approx 0,971$

Bladzijde 86

62 a $P(\text{geen groene})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{allemaal groene})$, want

$P(\text{geen groene}) = 1 - P(\text{minstens één groene})$

b $P(\text{gelijke kleuren})$ is niet gelijk aan $1 - P(3 \text{ verschillende kleuren})$, want

$P(\text{gelijke kleuren}) = 1 - P(\text{niet gelijke kleuren})$

$= 1 - P(2 \text{ gelijke en 1 verschillend of 3 verschillend})$

$= 1 - P(2 \text{ gelijke en 1 verschillend}) - P(3 \text{ verschillend})$

c $P(\text{meer dan 2 rode})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{minder dan 2 rode})$, want

$P(\text{meer dan 2 rode}) = 1 - P(2 \text{ rode of minder dan 2 rode})$

d $P(\text{hoogstens 3 witte})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{minstens 3 witte})$, want

$P(\text{hoogstens 3 witte}) = 1 - P(\text{meer dan 3 witte})$

e $P(\text{minstens één rode}) = 1 - P(\text{geen enkele rode})$

f $P(\text{hoogstens 4 witte}) = 1 - P(5 \text{ witte})$

g $P(\text{niet 4 rode}) = 1 - P(\text{wel 4 rode})$

Bladzijde 87

63 a $P(\text{minstens één groen}) = 1 - P(\text{geen groen}) = 1 - \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,618$

b $P(\text{hoogstens 2 blauw}) = 1 - P(3 \text{ blauw}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,955$

c $P(\text{drie verschillende kleuren}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} \approx 0,273$

$$d \quad P(\text{alle drie dezelfde kleur}) = P(3 \text{ geel}) + P(3 \text{ groen}) + P(3 \text{ blauw})$$

$$= \frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,068$$

64 Uit de gegevens volgt de tabel hiernaast.

	14	15	16	
in A	6	10	1	17
niet in A	2	5	4	11
	18	15	5	28

$$a \quad P(\text{alleen 15-jarigen}) = \frac{\binom{15}{4}}{\binom{28}{4}} \approx 0,067$$

$$b \quad P(\text{niet Floris}) = \frac{\binom{27}{4}}{\binom{28}{4}} \approx 0,857$$

$$c \quad P(\text{minstens één uit A}) = 1 - P(\text{geen uit A}) = 1 - \frac{\binom{11}{4}}{\binom{28}{4}} \approx 0,984$$

$$d \quad P(\text{hoogstens 2 uit A die 15 jaar zijn}) = P(\text{geen}) + P(1) + P(2) \\ = \frac{\binom{18}{4}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{18}{3}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{18}{2}}{\binom{28}{4}} \approx 0,884$$

$$65 \quad a \quad P(\text{meer dan 4 schoppen}) = P(5 \text{ schoppen}) + P(6 \text{ schoppen}) + P(7 \text{ schoppen}) + P(8 \text{ schoppen}) \\ = \frac{\binom{8}{5} \cdot \binom{24}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{6} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{7} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{8}}{\binom{32}{8}} = 0,011...$$

Dus $P(\text{meer dan 4 kaarten van één soort}) = 4 \cdot P(\text{meer dan 4 schoppen}) = 4 \cdot 0,011... \approx 0,046$

$$b \quad P(4 \text{ klaverkaarten en minstens één schoppenkaart}) \\ = P(4 \text{ k en 1 s}) + P(4 \text{ k en 2 s}) + P(4 \text{ k en 3 s}) + P(4 \text{ k en 4 s}) \\ = \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{1} \cdot \binom{16}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{16}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,059$$

$$c \quad P(\text{minstens één schoppenkaart en geen enkele hartenkaart}) \\ = P(\text{geen hartenkaart}) - P(\text{geen hartenkaart en geen schoppenkaart}) \\ = \frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} - \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,069$$

$$66 \quad a \quad P(2 \text{ keer rood}) = \binom{4}{2} \cdot P(r r r r) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{4}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{8}\right)^2 \approx 0,375$$

$$b \quad P(\text{geen enkele keer rood}) = P(r' r' r' r') = \left(\frac{4}{8}\right)^4 = 0,0625$$

$$c \quad P(\text{minstens één keer rood}) = 1 - P(\text{geen enkele keer rood}) = 1 - 0,0625 = 0,9375$$

Bladzijde 88

$$67 \quad a \quad P(\text{minstens één keer appel}) = 1 - P(\text{geen enkele keer appel}) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0,672$$

$$b \quad P(3 \text{ appels en 2 peren}) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \approx 0,013$$

$$c \quad P(2 \text{ bananen}) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \approx 0,346$$

$$d \quad P(\text{hoogstens 3 bananen}) = 1 - P(4 \text{ bananen}) - P(5 \text{ bananen}) \\ = 1 - \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{3}{5} - \left(\frac{2}{5}\right)^5 \approx 0,913$$

Bladzijde 89

- 68** a $P(1 \text{ appel en } 1 \text{ banaan}) = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$
 b $P(\text{geen enkele banaan}) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0,36$
 c $P(\text{minstens één appel}) = 1 - P(\text{geen appel}) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0,36$
- 69** $P(\text{minstens één rookmelder gaat af}) = 1 - P(\text{geen enkele rookmelder gaat af})$
 $= 1 - 0,05 \cdot 0,15 \cdot 0,12 \cdot 0,23 \approx 0,9998$
- 70** a $P(\text{alle vijf niet kleurenblind}) = \left(\frac{11}{12}\right)^5 \approx 0,647$
 b $P(\text{minstens één van tien kleurenblind}) = 1 - P(\text{alle tien niet kleurenblind}) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^{10} \approx 0,581$
 c $P(\text{één van zes kleurenblind}) = \binom{6}{1} \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^5 \approx 0,324$
- 71** a $P(\text{in hoogstens } 13 \text{ een koolmees}) = 1 - P(14) - P(15) = 1 - \binom{15}{14} \cdot 0,76^{14} \cdot 0,24 - 0,76^{15} \approx 0,906$
 b $P(\text{in minstens } 2 \text{ een ekster}) = 1 - P(0) - P(1) = 1 - 0,83^{15} - \binom{15}{1} \cdot 0,17 \cdot 0,83^{14} \approx 0,751$
 c $P(\text{in geen enkele een vink}) = 0,72^{15} \approx 0,007$
 d $P(\text{in geen enkele zowel een koolmees als een vink}) = (1 - 0,76 \cdot 0,28)^{15} \approx 0,028$
- 72** $P(\text{geen prijs}) = \frac{\binom{37}{2}}{\binom{40}{2}} \approx 0,853\dots$
 $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - (P(\text{geen prijs}))^5 = 1 - 0,853\dots^5 \approx 0,546$

6.6 Pakken met en zonder terugleggen**Bladzijde 91**

- 73** a $P(3 \text{ rode}) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,255$
 b $P(\text{eerste rood}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
 c Er zijn nog 11 knikkers, waarvan er 7 rood zijn, dus $P(\text{tweede ook rood}) = \frac{7}{11}$.
 $P(\text{derde ook rood}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
 d $P(3 \text{ rode}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{3}{5} \approx 0,255$ en dat is hetzelfde antwoord als bij a.
 e Jasmine vergeet dat je de twee rode knikkers en één blauwe ook in een andere volgorde kunt pakken.
 f $P(2 \text{ rode en } 1 \text{ blauwe}) = P(r r b) + P(r b r) + P(b r r) = \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{4}{10} + \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} + \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \approx 0,509$
 g $P(2 \text{ rode en } 1 \text{ blauwe}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{8}{12}\right)^2 \cdot \frac{4}{12} \approx 0,444$

Bladzijde 93

- 74** a $\left. \begin{aligned} P(p \not p \not p) &= \frac{4}{15} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{10}{13} = \frac{44}{273} \\ P(\not p p \not p) &= \frac{11}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{10}{13} = \frac{44}{273} \\ P(\not p \not p p) &= \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{44}{273} \end{aligned} \right\} \text{alle drie hetzelfde}$
 b $P(\text{één prijs}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{11}{2}}{\binom{15}{3}} \approx 0,484$
 c Je moet dan acht getallen met elkaar vermenigvuldigen: een combinatie én zeven breuken. Dat is niet praktisch, omdat het veel werk is en je snel fouten maakt bij het opstellen van de breuken.

- 75 a** $P(2 \text{ groene}) = P(2 \text{ groene en } 1 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{40}{3}} \approx 0,291$
- b** $P(\text{minstens één blauwe}) = 1 - P(\text{geen blauwe}) = 1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0,943$
- c** $P(2 \text{ groene}) = \binom{3}{1} \cdot P(g \ g \ b) = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{16}{40}\right)^2 \cdot \frac{24}{40} = 0,288$
- d** $P(\text{minstens één blauwe}) = 1 - P(\text{geen blauwe}) = 1 - P(g \ g \ g) = 1 - \left(\frac{16}{40}\right)^3 = 0,936$

- 76 a** Een leerling kan meerdere boeken winnen, dus met terugleggen.
 $P(4 \text{ meisjes}) = \left(\frac{12}{22}\right)^4 \approx 0,089$
- b** Een leerling kan hoogstens één taart winnen, dus zonder terugleggen.
 $P(4 \text{ meisjes}) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,068$
- c** Een leerling kan maar één keer worden gekozen, dus zonder terugleggen.
 $P(3 \text{ meisjes}) = \frac{\binom{12}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{22}{4}} \approx 0,301$
- d** Een leerling kan meerdere reproducties winnen, dus met terugleggen.
 $P(3 \text{ meisjes}) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{12}{22}\right)^3 \cdot \frac{10}{22} \approx 0,295$

- 77 a** $P(\text{minstens 2 keer 4 ogen}) = 1 - P(0) - P(1) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8 - \binom{8}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,395$
- b** $P(\text{minstens 2 prijzen}) = 1 - P(0) - P(1) = 1 - \frac{\binom{40}{8}}{\binom{48}{8}} - \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{40}{7}}{\binom{48}{8}} \approx 0,401$

Bladzijde 94

- 78 a** $P(\text{geen enkele Jumbo}) = \frac{\binom{168}{5}}{\binom{175}{5}} \approx 0,813$
- b** $P(\text{geen enkele Jumbo}) = \left(\frac{168}{175}\right)^5 \approx 0,815$
- c** $P(\text{geen Jumbo}) = \frac{\binom{168}{3}}{\binom{175}{3}} \approx 0,884...$
- $P(\text{minstens één Jumbo}) = 1 - (P(\text{geen Jumbo}))^2 = 1 - 0,884...^2 \approx 0,218$

- 79** $P(\text{niet op bord}) = \frac{\binom{20}{3}}{\binom{24}{3}} \approx 0,563...$

$$P(\text{minstens één les minstens één van de vier op bord}) = 1 - (P(\text{niet op bord}))^{10} \\ = 1 - 0,563...^{10} \approx 0,997$$

- 80 a** Elke bezoeker kan maar één keer gekozen worden, dus de samenstelling van de vaas verandert.
- b** $P(\text{alle drie vrouw}) = \frac{13\,600}{17\,000} \cdot \frac{13\,599}{16\,999} \cdot \frac{13\,598}{16\,998} \approx 0,51198$
- c** Hij vermenigvuldigt drie keer met dezelfde kans, alsof de samenstelling van de vaas niet is veranderd.
- d** Het antwoord is bijna hetzelfde, omdat $\frac{13\,599}{16\,999} \approx 0,8000$ en $\frac{13\,598}{16\,998} \approx 0,8000$.

Bladzijde 96

- 81 a** Omdat je te maken hebt met een kleine steekproef uit een grote populatie.
- b** Van de boeken behoort 25% tot het genre kinderboeken, dus 75% behoort daar niet toe.
- c** Bij a zijn er geen verschillende volgordes mogelijk, bij b wel.
- d** Na het kiezen van de vier boeken uit het genre fictie worden er nog zes boeken gekozen, waarvan er drie kinderboeken moeten zijn. Omdat 65% tot het genre fictie of het genre kinderboeken behoort, geldt dat voor 35% niet.
- 82 a** $P(10 \text{ kinderboeken of fictie}) = (0,4 + 0,25)^{10} \approx 0,013$
- b** $P(2 \text{ kinderboeken}) = \binom{10}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^8 \approx 0,282$
- c** $P(2 \text{ kinderboeken, 3 overige en 5 fictie}) = \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3} \cdot 0,25^2 \cdot 0,35^3 \cdot 0,40^5 \approx 0,069$
- 83 a** $P(6 \text{ bijbaan}) = \binom{12}{6} \cdot 0,61^6 \cdot 0,39^6 \approx 0,168$
- b** $P(5 \text{ supermarkt}) = \binom{12}{5} \cdot 0,30^5 \cdot 0,70^7 \approx 0,158$
- c** $P(\text{minstens 2 bijbaan, niet in supermarkt of andere winkel}) = 1 - P(0) - P(1)$
 $= 1 - 0,83^{12} - \binom{12}{1} \cdot 0,17 \cdot 0,83^{11} \approx 0,630$
- d** $P(\text{niet in supermarkt of winkel}) = 1 - (0,30 + 0,14 + 0,39) = 1 - 0,83 = 0,17$
 $P(4 \text{ supermarkt, 2 winkel, 5 geen en 1 overig}) = \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{5} \cdot 0,30^4 \cdot 0,14^2 \cdot 0,39^5 \cdot 0,17 \approx 0,020$
- e** $P(1 \text{ supermarkt}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{9}{30} \cdot \frac{21}{29} \cdot \frac{20}{28} \approx 0,466$

Alternatieve uitwerking

$$P(1 \text{ supermarkt}) = \frac{\binom{9}{1} \cdot \binom{21}{2}}{\binom{30}{3}} \approx 0,466$$

$$\mathbf{f} \quad P(\text{minstens één supermarkt}) = 1 - P(\text{geen supermarkt}) = 1 - \frac{21}{30} \cdot \frac{20}{29} \cdot \frac{19}{28} \approx 0,672$$

Alternatieve uitwerking

$$P(\text{minstens één supermarkt}) = 1 - \frac{\binom{21}{3}}{\binom{30}{3}} \approx 0,672$$

$$\mathbf{g} \quad P(1 \text{ bijbaan, niet bij supermarkt}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{9}{30} \cdot \frac{12}{29} \cdot \frac{11}{28} \approx 0,146$$

Alternatieve uitwerking

$$P(1 \text{ bijbaan, niet bij supermarkt}) = \frac{\binom{9}{1} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{30}{3}} \approx 0,146$$

- 84 a** $P(\text{minstens één via sportvereniging}) = 1 - P(\text{geen via sportvereniging}) = 1 - 0,88^{15} \approx 0,853$
b $P(\text{anders}) = 1 - (0,44 + 0,29 + 0,12) = 1 - 0,85 = 0,15$
 $P(\text{minstens 2 anders}) = 1 - P(0) - P(1) = 1 - 0,85^{15} - \binom{15}{1} \cdot 0,15 \cdot 0,85^{14} \approx 0,681$
c $P(7 \text{ via studie/werk en } 3 \text{ via de buurt}) = \binom{15}{7} \cdot \binom{8}{3} \cdot 0,44^7 \cdot 0,29^3 \cdot 0,27^5 \approx 0,040$

Bladzijde 97

- 85 a** $P(6 \text{ of } 7 \text{ groene stroom}) = P(6 \text{ groene stroom}) + P(7 \text{ groene stroom})$
 $= \binom{12}{6} \cdot 0,54^6 \cdot 0,46^6 + \binom{12}{7} \cdot 0,54^7 \cdot 0,46^5 \approx 0,435$
b 25% van 12 is 3.
 $P(3 \text{ overwegen}) = \binom{12}{3} \cdot 0,20^3 \cdot 0,80^9 \approx 0,236$
c $P(\text{overweegt niet over te stappen}) = 1 - (0,54 + 0,20) = 1 - 0,74 = 0,26$
 $P(\text{hoogstens 2 geen groene stroom en ook niet overwegen})$
 $= P(0) + P(1) + P(2)$
 $= 0,74^{12} + \binom{12}{1} \cdot 0,26 \cdot 0,74^{11} + \binom{12}{2} \cdot 0,26^2 \cdot 0,74^{10} \approx 0,360$
d $P(2 \text{ groene stroom en één overweegt}) = \frac{\binom{40}{2} \cdot \binom{25}{1}}{\binom{83}{3}} \approx 0,212$
e $P(\text{minstens één zonder groene stroom}) = 1 - P(\text{geen zonder groene stroom})$
 $= 1 - P(\text{alle drie groene stroom}) = 1 - \frac{\binom{40}{3}}{\binom{83}{3}} \approx 0,892$

- 86 a** $P(\text{allebei geen muziekinstrument}) = 0,91^2 \approx 0,828$
b $P(\text{één muziekinstrument}) = \binom{3}{1} \cdot 0,09 \cdot 0,91^2 \approx 0,224$
c $P(\text{hoogstens één muziekinstrument}) = P(0) + P(1) = 0,91^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,09 \cdot 0,91^4 \approx 0,933$
d Stel het gezelschap telt x personen.
 $P(\text{minstens één muziekinstrument}) = 1 - P(\text{geen muziekinstrument}) = 1 - 0,91^x$
Er moet gelden $1 - 0,91^x > 0,95$.
Voer in $y_1 = 1 - 0,91^x$ en maak een tabel.
 $x = 31$ geeft $y \approx 0,946$ en $x = 32$ geeft $y \approx 0,951$.
Dus het gezelschap moet minimaal uit 32 personen bestaan.
e $P(\text{allebei een muziekinstrument}) = \frac{9}{100} \cdot \frac{8}{99} \approx 0,007$

Diagnostische toets**Bladzijde 100**

1 a

				SOM				
6		8						
5			8					
4				8				
3					8			
2	3					8		
1	2	3					8	
	1	2	3	4	5	6	7	8

$$P(\text{som is } 8) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

$$\text{b } P(\text{som is minder dan } 4) = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$$

c

VERSCHIL

6			2		0		2
5		2		0		2	
4		2		0		2	
3	2		0		2		
2		0		2			
1	0		2				
	1	2	3	4	5	6	7

$$P(\text{verschil is } 2) = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$\text{d } P(\text{gelijk}) = P(\text{verschil is } 0) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

2**a** Het aantal mogelijke uitkomsten is $4^4 = 256$.Gunstige uitkomsten zijn 1144 $\binom{4}{2} = 6$ keer

$$\begin{array}{c} 1224 \\ 2222 \end{array} \quad \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} = 12 \text{ keer of } \frac{4!}{2!} = 12 \text{ keer}$$

Er zijn $6 + 12 + 1 = 19$ gunstige uitkomsten.

$$P(\text{product is } 16) = \frac{19}{256}$$

b Som is 14: 4442 4 keer

$$4433 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

Som is 15: 4443 4 keer

Som is 16: 4444

Er zijn $10 + 4 + 1 = 15$ gunstige uitkomsten.

$$P(\text{som is meer dan } 13) = \frac{15}{256}$$

3

$$\text{a } P(\text{leerling zit in middelste lengteklasse}) = \frac{159}{215} \approx 0,740$$

$$\text{b } P(\text{lange leerling zit in vierde klas}) = \frac{6}{33} \approx 0,182$$

$$\text{c } P(\text{vierde-of vijfdeklasser is } 160 \text{ cm of langer}) = \frac{59 + 49 + 6 + 12}{80 + 66} \approx 0,863$$

$$\text{d } P(160 \text{ cm of langer en in de vijfde of zesde klas}) = \frac{49 + 51 + 12 + 15}{215} \approx 0,591$$

$$\text{e } P(\text{vijfdeklasser onder voorwaarde hoogste lengteklasse}) = \frac{12}{33} \approx 0,364 \quad \left. \vphantom{\frac{12}{33}} \right\} 0,364 \neq 0,307$$

$$P(\text{vijfdeklasser}) = \frac{66}{215} = 0,307$$

De gebeurtenissen 'leerling zit in klas 5' en 'leerling behoort tot de lengteklasse [180, 200)' zijn afhankelijk.

4

$$\text{a } P(2 \text{ rood, } 2 \text{ wit en } 2 \text{ blauw}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{21}{6}} \approx 0,139$$

$$\text{b } P(\text{geen blauwe}) = \frac{\binom{12}{6}}{\binom{21}{6}} \approx 0,017$$

$$\text{c } P(2 \text{ rode en } 4 \text{ andere}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{21}{6}} \approx 0,335$$

$$d \quad P(6 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{9}{6}}{\binom{21}{6}} \approx 0,002$$

$$5 \quad a \quad P(\text{geen prijs}) = \frac{\binom{23}{4}}{\binom{40}{4}} \approx 0,097$$

$$b \quad P(\text{de hoofdprijs en 1 derde prijs}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{10}{1} \cdot \binom{23}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0,028$$

$$c \quad P(2 \text{ tweede prijzen}) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{23}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0,042$$

Bladzijde 101

$$6 \quad a \quad P(\text{in totaal 24 ogen}) = P(\text{met elke 6 ogen}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,001$$

$$b \quad P(\text{geen enkele zes}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \approx 0,482$$

$$7 \quad P(\text{hoogstens 2 niet in orde}) = P(0) + P(1) + P(2) = \frac{\binom{144}{20}}{\binom{160}{20}} + \frac{\binom{16}{1} \cdot \binom{144}{19}}{\binom{160}{20}} + \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{144}{18}}{\binom{160}{20}} \approx 0,679$$

$$8 \quad a \quad P(5 \text{ keer rood en 2 keer wit}) = \binom{7}{5} \cdot P(r r r r r w w) = \binom{7}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 \approx 0,073$$

$$b \quad P(\text{minstens 6 keer geen blauw}) = P(6 \text{ keer geen blauw}) + P(7 \text{ keer geen blauw}) \\ = \binom{7}{5} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,670$$

$$c \quad P(\text{hoogstens 2 keer wit}) = P(0 \text{ keer wit}) + P(1 \text{ keer wit}) + P(2 \text{ keer wit}) \\ = \left(\frac{4}{6}\right)^7 + \binom{7}{1} \cdot \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^6 + \binom{7}{2} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^5 \approx 0,571$$

$$9 \quad a \quad P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} \approx 0,230$$

$$b \quad P(100 \text{ euro}) = P(1 \text{ keer 100 euro}) + P(4 \text{ keer 25 euro}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{115}{2}}{\binom{120}{6}} \approx 0,042$$

$$c \quad P(\text{geen verlies}) = 1 - P(\text{verlies})$$

$$= 1 - P(\text{geen prijs}) - P(1 \text{ tweede prijs}) = 1 - \frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} - \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \approx 0,062$$

$$d \quad P(\text{minder dan 100 euro winnen}) = P(0 \text{ euro}) + P(25 \text{ euro}) + P(50 \text{ euro}) + P(75 \text{ euro}) \\ = \frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{115}{4}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{115}{3}}{\binom{120}{6}} \approx 0,950$$

$$10 \quad P(\text{niets mis}) = (1 - 0,05) \cdot (1 - 0,09) \cdot (1 - 0,03) = 0,838... \\ P(\text{iets mis}) = 1 - P(\text{niets mis}) = 1 - 0,838... \approx 0,161$$

- 11 a** Iedere docent kan maar één keer gekozen worden, dus zonder terugleggen.

$$P(3v \text{ en } 2m) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{16}{5}} \approx 0,288$$

- b** Iedere docent kan meerdere keren gekozen worden, dus met terugleggen.

$$P(3v \text{ en } 2m) = \binom{5}{3} \cdot P(v \ v \ v \ m \ m) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{16}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^2 \approx 0,265$$

12 $P(4 \text{ hoog en } 3 \text{ middelbaar}) = \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} \cdot 0,45^4 \cdot 0,29^3 \cdot (1 - 0,45 - 0,29)^2 \approx 0,085$